SPRAWDZIAN · MATEMATYKA

Sprawdzian z ciągów **Grupa A**

Matematyka: ciągi liczbowe, arytmetyczne i geometryczne

Imię i nazwisko: _____

Klasa: _____

Data: _____

Punkty: _____ / 22

10 zadań, 22 pkt. Czytaj uważnie polecenia. W zadaniach otwartych zapisz obliczenia.

Zadanie 1. (0–1 pkt)

Ciąg: 3, 6, 12, 24, ... Typ i iloraz:

(A) arytmetyczny, r = 3

(B) arytmetyczny, r = 6

(C) geometryczny, q = 3

(D) geometryczny, q = 2

Zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 2. (0–1 pkt)

Ciąg geometryczny: $a_2 = 6$, $a_5 = 162$. Iloraz q =

(A) 6

(B) 2

(C) 27

(D) 3

Zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 3. (0–2 pkt)

Ciąg arytmetyczny: $a_5 = 20$, $a_{15} = 50$. Oceń.

1. Różnica r = 2.	**P**	**F**
2. Pierwszy wyraz $a_1 = 6$.	**P**	**F**

Przy każdym zdaniu zakreśl P (prawda) albo F (fałsz).

Zadanie 4. (0–2 pkt)

Ciąg Fibonacciego: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... Oceń.

1. Ciąg jest arytmetyczny.	**P**	**F**
2. Następny wyraz to 21.	**P**	**F**

Przy każdym zdaniu zakreśl P (prawda) albo F (fałsz).

Zadanie 5. (0–4 pkt)

Dopasuj wzór ciągu do jego trzeciego wyrazu a_3 (zakładając $a_1 = 2$).

1. $a_n = 2 + 3(n-1)$	...	A. 6
2. $a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$	...	B. 8
3. $a_n = 2 + (n-1)^2$	...	C. 18
4. $a_n = 2 - (n-1)$	...	D. 0

Przy każdym numerze wpisz literę pasującego elementu.

Zadanie 6. (0–1 pkt)

Wyraz ogólny ciągu arytmetycznego o $a_1 = 7$ i $d = -3$ ma postać $a_n =$ (1) _____ .

Zadanie 7. (0–2 pkt)

Wykaż, że ciąg o wyrazie ogólnym $a_n = 3n + 2$ jest arytmetyczny.

Zadanie 8. (0–3 pkt)

Widownia ma 20 rzędów. Pierwszy rząd ma 15 miejsc, każdy następny o 2 więcej. Ile miejsc ma cała widownia?

Zadanie 9. (0–3 pkt)

Suma 10 pierwszych wyrazów ciągu arytmetycznego wynosi 100, a szósty wyraz $a_6 = 13$. Wyznacz a_1 i różnicę d.

Zadanie 10. (0–3 pkt)

Ciąg geometryczny ma $a_1 = 2$ i iloraz $q = 3$. Oblicz sumę pierwszych 5 wyrazów tego ciągu.

Rozwiąż ten sprawdzian online, z wyjaśnieniem każdej odpowiedzi: matury-online.pl/sprawdzian/matematyka/ciagi

SPRAWDZIAN · MATEMATYKA

Sprawdzian z ciągów **Grupa B**

Matematyka: ciągi liczbowe, arytmetyczne i geometryczne

Imię i nazwisko: _____

Klasa: _____

Data: _____

Punkty: _____ / 22

10 zadań, 22 pkt. Czytaj uważnie polecenia. W zadaniach otwartych zapisz obliczenia.

Zadanie 1. (0–1 pkt)

Ciąg: 10, 7, 4, 1, −2, ... Różnica r =

(A) −7 (B) 7

(C) 3 (D) −3

Zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 2. (0–1 pkt)

Ciąg $a_n = (n+1)/n$. Wyraz a_{1000} jest najbliższy

(A) 1 (B) 1,1

(C) 1,01 (D) 1,001

Zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 3. (0–2 pkt)

Ciąg geometryczny: $a_1 = 1000$, $q = 0{,}5$. Oceń.

1. Suma nieskończonego ciągu = 2000.	**P**	**F**
2. Ciąg jest malejący.	**P**	**F**

Przy każdym zdaniu zakreśl P (prawda) albo F (fałsz).

Zadanie 4. (0–2 pkt)

Ciąg: 100, 90, 80, 70, ... Oceń.

1. Wyraz a_{12} jest ujemny.	**P**	**F**
2. Ciąg jest arytmetyczny o r = −10.	**P**	**F**

Przy każdym zdaniu zakreśl P (prawda) albo F (fałsz).

Zadanie 5. (0–4 pkt)

Dopasuj ciąg do jego piątego wyrazu a_5.

1. Ciąg arytmetyczny: $a_1 = 5$, $r = 2$	...	A. 17
2. Ciąg arytmetyczny: $a_1 = -3$, $r = 5$	...	B. 16
3. Ciąg geometryczny: $a_1 = 1$, $q = 2$	...	C. 3
4. Ciąg geometryczny: $a_1 = 3$, $q = -1$	...	D. 13

Przy każdym numerze wpisz literę pasującego elementu.

Zadanie 6. (0–1 pkt)

Ciąg arytmetyczny ma $a_1 = 4$ i różnicę $r = 5$. Uzupełnij: $a_4 = $ (1) _____ .

Zadanie 7. (0–2 pkt)

Ciąg: 2, 5, 8, 11, ... Oblicz a_{20}.

Zadanie 8. (0–3 pkt)

Oblicz sumę pierwszych 10 wyrazów ciągu arytmetycznego o $a_1 = 2$ i różnicy $d = 3$.

Zadanie 9. (0–3 pkt)

Ciąg arytmetyczny ma pierwszy wyraz $a_1 = 5$ i różnicę $r = 3$. Oblicz sumę pierwszych 10 wyrazów tego ciągu.

Zadanie 10. (0–3 pkt)

Trzy liczby $2, x, 18$ tworzą w podanej kolejności ciąg geometryczny. Wyznacz x oraz podaj oba możliwe ciągi.

Rozwiąż ten sprawdzian online, z wyjaśnieniem każdej odpowiedzi: matury-online.pl/sprawdzian/matematyka/ciagi

Sprawdzian z ciągów

Grupa A

1. (1 pkt) **D**

2. (1 pkt) **D**

3. (2 pkt) **1. F; 2. F** — po 1 pkt za zdanie

4. (2 pkt) **1. F; 2. P** — po 1 pkt za zdanie

5. (4 pkt) **1–B, 2–C, 3–A, 4–D** — po 1 pkt za parę

6. (1 pkt) **(1) 10-3n**

7. (2 pkt) Przykładowa odpowiedź: $a_{n+1} - a_n = 3(n+1) + 2 - (3n+2) = 3$ dla każdego n, więc różnica jest stała.
Punktacja: Obliczenie $a_{n+1} - a_n$ (1 pkt); wniosek o stałej różnicy równej 3 (1 pkt). 2 pkt.

8. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: a_1=15, r=2, n=20. a_{20} = 15+19·2 = 53. S_{20} = 20/2·(15+53) = 680.
Punktacja: Ciąg aryt. (1), a_{20} (1), suma (1).

9. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: $S_{10} = 5(2a_1 + 9d) = 100 \Rightarrow 2a_1 + 9d = 20$. $a_6 = a_1 + 5d = 13$. Z układu: $d = 6$, $a_1 = 13 - 30 = -17$.
Punktacja: Za poprawny układ równań: $S_{10} = 100$ i $a_6 = 13$ (1 pkt). Za wyznaczenie $d = 6$ (1 pkt). Za wyznaczenie $a_1 = -17$ (1 pkt).

10. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: $S_5 = a_1 \cdot \dfrac{q^5 - 1}{q - 1} = 2 \cdot \dfrac{3^5 - 1}{3 - 1} = 2 \cdot \dfrac{242}{2} = 242$.
Punktacja: Zastosowanie wzoru na sumę ciągu geometrycznego (1pkt) + poprawne podstawienie danych (1pkt) + obliczenie wyniku 242 (1pkt). 3 pkt.

Grupa B

1. (1 pkt) **D**

2. (1 pkt) **D**

3. (2 pkt) **1. P; 2. P** — po 1 pkt za zdanie

4. (2 pkt) **1. P; 2. P** — po 1 pkt za zdanie

5. (4 pkt) **1–D, 2–A, 3–B, 4–C** — po 1 pkt za parę

6. (1 pkt) **(1) 19**

7. (2 pkt) Przykładowa odpowiedź: a_1=2, r=3. a_{20} = 2 + 19·3 = 59.
Punktacja: r (1), a_{20} (1).

8. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: $S_{10} = \frac{10}{2}(2 \cdot 2 + 9 \cdot 3) = 5 \cdot (4 + 27) = 5 \cdot 31 = 155$.
Punktacja: Wzór sumy $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$ (1 pkt). Podstawienie (1 pkt). Wynik $S_{10} = 155$ (1 pkt).

9. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: $a_{10} = a_1 + 9r = 5 + 27 = 32$. $S_{10} = \dfrac{a_1 + a_{10}}{2} \cdot 10 = \dfrac{5 + 32}{2} \cdot 10 = 185$.
Punktacja: Poprawne obliczenie a_{10} (1pkt) + zastosowanie wzoru na sumę (1pkt) + poprawny wynik końcowy (1pkt). Łącznie 3 pkt.

10. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: Dla ciągu geometrycznego środkowy wyraz spełnia $x^2 = 2 \cdot 18 = 36$, stąd $x = 6$ lub $x = -6$. Możliwe ciągi: $2, 6, 18$ (iloraz 3) lub $2, -6, 18$ (iloraz -3).
Punktacja: Poprawne zastosowanie własności ciągu geometrycznego $x^2 = a \cdot c$ (1pkt) + rozwiązanie równania $x^2 = 36$ (1pkt) + podanie obu możliwych wartości i ciągów (1pkt). 3 pkt.

Skala ocen (orientacyjna, 22 pkt w każdej grupie)

bardzo dobry (5)	20–22 pkt
dobry (4)	17–19 pkt
dostateczny (3)	11–16 pkt
dopuszczający (2)	7–10 pkt
niedostateczny (1)	0–6 pkt

Progi: 90%, 75%, 50%, 30%. Progi w Twojej szkole mogą być inne. W zadaniach otwartych uznaj każdą odpowiedź poprawną merytorycznie, także sformułowaną inaczej niż przykład.

Ten sprawdzian online, z wyjaśnieniem każdej odpowiedzi: **matury-online.pl/sprawdzian/matematyka/ciagi**. Nauczyciele i korepetytorzy ułożą własną kartę z banku ponad 20 tys. zadań: **matury-online.pl/dla-korepetytorow**.