KLUCZ ODPOWIEDZI · DLA NAUCZYCIELA

# Sprawdzian z funkcji

## Grupa A

**1.** (1 pkt) **C**

**2.** (1 pkt) **A**

**3.** (2 pkt) **1. F; 2. P** — po 1 pkt za zdanie

**4.** (2 pkt) **1. P; 2. P** — po 1 pkt za zdanie

**5.** (4 pkt) **1–D, 2–A, 3–B, 4–C** — po 1 pkt za parę

**6.** (3 pkt) **1–C, 2–A, 3–B** — po 1 pkt za parę

**7.** (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: Warunek: $x-2\geq 0$, więc $x\geq 2$. Dziedzina: $D=[2,+\infty)$. Dla $x=2$: $f(2)=0$; dla $x\to+\infty$: $f(x)\to+\infty$. Zbiór wartości: $ZW=[0,+\infty)$.
Punktacja: Za warunek istnienia pierwiastka: $x-2\geq 0$ (1 pkt). Za dziedzinę $D=[2,+\infty)$ (1 pkt). Za zbiór wartości $ZW=[0,+\infty)$ (1 pkt).

**8.** (4 pkt) Przykładowa odpowiedź: a) $x^2-4x+3=0 \to (x-1)(x-3)=0 \to x=1, x=3$. b) W(2,−1). c) Malejąca $(-\infty,2)$, rosnąca $(2,+\infty)$.
Punktacja: a) zera (1), b) W (1), c) monotoniczność (2).

**9.** (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: $x_0=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-8}{-4}=2$. $y_0=f(2)=-8+16-3=5$. Ponieważ $a=-2<0$, ramiona paraboli są skierowane w dół, więc zbiorem wartości funkcji jest $(-\infty,5]$.
Punktacja: Poprawne obliczenie współrzędnej $x_0$ wierzchołka (1pkt) + obliczenie $y_0$ (1pkt) + poprawne podanie zbioru wartości (1pkt). 3 pkt.

**10.** (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: Z równania $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$ otrzymujemy $y(x+1)=2x-3$, czyli $x(y-2)=-3-y$, stąd $x=\dfrac{-3-y}{y-2}$ dla $y\neq 2$. Dla każdego $y\neq 2$ istnieje odpowiadający $x\neq -1$, więc zbiorem wartości funkcji jest $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. Wartość $y=2$ nie jest osiągana, bo prowadziłaby do sprzeczności $-3=2$.
Punktacja: Poprawne przekształcenie równania $y=f(x)$ do postaci z $x$ wyznaczonym w zależności od $y$ (1pkt) + wyznaczenie warunku istnienia rozwiązania (1pkt) + poprawny wniosek o zbiorze wartości (1pkt). 3 pkt.

## Grupa B

**1.** (1 pkt) **A**

**2.** (1 pkt) **C**

**3.** (2 pkt) **1. F; 2. F** — po 1 pkt za zdanie

**4.** (2 pkt) **1. P; 2. F** — po 1 pkt za zdanie

**5.** (4 pkt) **1–D, 2–A, 3–B, 4–C** — po 1 pkt za parę

**6.** (3 pkt) **1–A, 2–C, 3–B** — po 1 pkt za parę

**7.** (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: $x^2-3 = 2x+1 \to x^2-2x-4=0$. $\Delta=20$. $x=(2\pm 2\sqrt{5})/2=1\pm\sqrt{5}$.
Punktacja: Równanie (1), rozwiązanie (1), wynik (1).

**8.** (4 pkt) Przykładowa odpowiedź: $Z(x)=50x-x^2-10x-200=-x^2+40x-200$. $Z(x)>0 \to x^2-40x+200<0$. $\Delta=1600-800=800$. $x_1=(40-20\sqrt{2})/2=20-10\sqrt{2}\approx 5{,}86$. $x_2=20+10\sqrt{2}\approx 34{,}14$. Zysk dodatni dla $6\leq x\leq 34$.
Punktacja: Z(x) (1), nierówność (1), rozwiązanie (1), odpowiedź (1).

**9.** (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: $p = \frac{-8}{2 \cdot (-2)} = 2$. $f(2) = -2 \cdot 4 + 8 \cdot 2 - 3 = -8 + 16 - 3 = 5$. Ponieważ $a = -2 < 0$, ramiona paraboli są skierowane w dół, więc $ZW = (-\infty, 5]$.
Punktacja: Wyznaczenie współrzędnej $x$ wierzchołka $p = 2$ (1 pkt) + obliczenie $f(2) = 5$ (1 pkt) + poprawne zapisanie zbioru wartości $(-\infty, 5]$ z uwzględnieniem $a < 0$ (1 pkt). 3 pkt.

**10.** (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: p = −12/(−4) = 3. q = f(3) = −18+36−10 = 8. f(x) = −2(x−3)² + 8. W(3, 8).
Punktacja: p (1), q (1), postać kanoniczna (1).

## Skala ocen (orientacyjna, 26 pkt w każdej grupie)

| | |
|---|---|
| bardzo dobry (5) | 24–26 pkt |
| dobry (4) | 20–23 pkt |
| dostateczny (3) | 13–19 pkt |
| dopuszczający (2) | 8–12 pkt |
| niedostateczny (1) | 0–7 pkt |

Progi: 90%, 75%, 50%, 30%. Progi w Twojej szkole mogą być inne. W zadaniach otwartych uznaj każdą odpowiedź poprawną merytorycznie, także sformułowaną inaczej niż przykład.

Ten sprawdzian online, z wyjaśnieniem każdej odpowiedzi: **matury-online.pl/sprawdzian/matematyka/funkcje**. Nauczyciele i korepetytorzy ułożą własną kartę z banku ponad 20 tys. zadań: **matury-online.pl/dla-korepetytorow**.