SPRAWDZIAN · MATEMATYKA

Sprawdzian z funkcji **Grupa A**

Matematyka: pojęcie funkcji, funkcja liniowa, kwadratowa i jej własności

Imię i nazwisko: _____

Klasa: _____

Data: _____

Punkty: _____ / 26

10 zadań, 26 pkt. Czytaj uważnie polecenia. W zadaniach otwartych zapisz obliczenia.

Zadanie 1. (0–1 pkt)

Równanie $f(x) = 0$ dla $f(x) = x^2 - 6x + 9$ ma

(A) nieskończenie wiele

(B) dwa rozwiązania: $x = 3$ i $x = -3$

(C) dokładnie jedno rozwiązanie: $x = 3$

(D) brak rozwiązań

Zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 2. (0–1 pkt)

Funkcja $f(x) = \log_3(x-2) + 1$ ma asymptotę pionową

(A) $x = 2$

(B) $x = 1$

(C) $x = 0$

(D) $x = 3$

Zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 3. (0–2 pkt)

Funkcja $f(x) = 1/x$. Oceń zdania.

1. Funkcja f jest rosnąca na $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$.	**P**	**F**
2. Dziedziną f jest zbiór $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.	**P**	**F**

Przy każdym zdaniu zakreśl P (prawda) albo F (fałsz).

Zadanie 4. (0–2 pkt)

Funkcja $f(x) = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$. Oceń.

1. $f(x) \geq 0$ dla każdego $x \in \mathbb{R}$.	**P**	**F**
2. f ma dokładnie jedno miejsce zerowe.	**P**	**F**

Przy każdym zdaniu zakreśl P (prawda) albo F (fałsz).

Zadanie 5. (0–4 pkt)

Dopasuj typ funkcji do wzoru.

1. Wykładnicza	...	A. $f(x) = \log_2(x)$
2. Logarytmiczna	...	B. $f(x) = 2x + 1$
3. Liniowa	...	C. $f(x) = x^2 - 4$
4. Kwadratowa	...	D. $f(x) = 3^x$

Przy każdym numerze wpisz literę pasującego elementu.

Zadanie 6. (0–3 pkt)

Dopasuj funkcję do jej dziedziny.

1. $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$	...	A. $x \geq 5$
2. $f(x) = \sqrt{x-5}$	...	B. wszystkie liczby rzeczywiste
3. $f(x) = x^2 + 1$	...	C. $x \neq 2$

Przy każdym numerze wpisz literę pasującego elementu.

Zadanie 7. (0–3 pkt)

Wyznacz dziedzinę D i zbiór wartości ZW funkcji $f(x) = \sqrt{x-2}$.

Zadanie 8. (0–4 pkt)

Dana jest f(x) = x² − 4x + 3. Wyznacz: a) miejsca zerowe, b) wierzchołek, c) przedziały monotoniczności.

Zadanie 9. (0–3 pkt)

Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = -2x^2 + 8x - 3$. Wyznacz współrzędne wierzchołka paraboli oraz zbiór wartości funkcji.

Zadanie 10. (0–3 pkt)

Dana jest funkcja $f(x) = \dfrac{2x-3}{x+1}$ określona dla $x \neq -1$. Wyznacz zbiór wartości tej funkcji oraz uzasadnij, że funkcja nie przyjmuje wartości $y = 2$.

Rozwiąż ten sprawdzian online, z wyjaśnieniem każdej odpowiedzi: matury-online.pl/sprawdzian/matematyka/funkcje

SPRAWDZIAN · MATEMATYKA

Sprawdzian z funkcji **Grupa B**

Matematyka: pojęcie funkcji, funkcja liniowa, kwadratowa i jej własności

Imię i nazwisko: _____

Klasa: _____

Data: _____

Punkty: _____ / 26

10 zadań, 26 pkt. Czytaj uważnie polecenia. W zadaniach otwartych zapisz obliczenia.

Zadanie 1. (0–1 pkt)

Funkcja $f(x) = (x^2-1)/(x^2+1)$ ma

(A) asymptotę poziomą y = 1

(B) asymptotę poziomą y = 0

(C) asymptotę pionową x = 1

(D) brak asymptot

Zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 2. (0–1 pkt)

Wierzchołek paraboli $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ ma współrzędne

(A) (2, −1)

(B) (−2, 1)

(C) (2, 1)

(D) (4, −3)

Zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 3. (0–2 pkt)

Funkcja $f(x) = |2x - 4|$. Oceń zdania.

1. Wartość f(0) = −4.	**P**	**F**
2. Funkcja jest rosnąca na przedziale (0, +∞).	**P**	**F**

Przy każdym zdaniu zakreśl P (prawda) albo F (fałsz).

Zadanie 4. (0–2 pkt)

Funkcja $f(x) = -x + 5$. Oceń zdania.

1. f(2) + f(3) = 5.	**P**	**F**
2. Wykres f przechodzi przez punkt (5, 5).	**P**	**F**

Przy każdym zdaniu zakreśl P (prawda) albo F (fałsz).

Zadanie 5. (0–4 pkt)

Dopasuj opis funkcji do jej wzoru.

1. Funkcja liniowa rosnąca	...	A. $f(x) = 5$
2. Funkcja stała	...	B. $f(x) = x^2 - 3$
3. Funkcja kwadratowa	...	C. $f(x) = -x + 4$
4. Funkcja liniowa malejąca	...	D. $f(x) = 2x + 1$

Przy każdym numerze wpisz literę pasującego elementu.

Zadanie 6. (0–3 pkt)

Dopasuj funkcję do jej miejsca zerowego.

1. $f(x) = 2x - 6$	...	A. $x = 3$
2. $f(x) = -x + 5$	...	B. $x = -2$
3. $f(x) = 4x + 8$	...	C. $x = 5$

Przy każdym numerze wpisz literę pasującego elementu.

Zadanie 7. (0–3 pkt)

Wyznacz wartości x, dla których f(x) = g(x), jeśli f(x) = 2x + 1 i g(x) = x^2 − 3.

Zadanie 8. (0–4 pkt)

Koszt produkcji x sztuk to C(x) = x^2 + 10x + 200. Przychód: R(x) = 50x. Zysk Z(x) = R(x)−C(x). Dla ilu sztuk zysk jest dodatni?

Zadanie 9. (0–3 pkt)

Wyznacz zbiór wartości funkcji kwadratowej $f(x) = -2x^2 + 8x - 3$.

Zadanie 10. (0–3 pkt)

Funkcja $f(x) = -2x^2 + 12x - 10$. Wyznacz postać kanoniczną i współrzędne wierzchołka.

Rozwiąż ten sprawdzian online, z wyjaśnieniem każdej odpowiedzi: matury-online.pl/sprawdzian/matematyka/funkcje

Sprawdzian z funkcji

Grupa A

1. (1 pkt) **C**

2. (1 pkt) **A**

3. (2 pkt) **1. F; 2. P** — po 1 pkt za zdanie

4. (2 pkt) **1. P; 2. P** — po 1 pkt za zdanie

5. (4 pkt) **1–D, 2–A, 3–B, 4–C** — po 1 pkt za parę

6. (3 pkt) **1–C, 2–A, 3–B** — po 1 pkt za parę

7. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: Warunek: $x-2\geq 0$, więc $x\geq 2$. Dziedzina: $D=[2,+\infty)$. Dla $x=2$: $f(2)=0$; dla $x\to+\infty$: $f(x)\to+\infty$. Zbiór wartości: $ZW=[0,+\infty)$.
Punktacja: Za warunek istnienia pierwiastka: $x-2\geq 0$ (1 pkt). Za dziedzinę $D=[2,+\infty)$ (1 pkt). Za zbiór wartości $ZW=[0,+\infty)$ (1 pkt).

8. (4 pkt) Przykładowa odpowiedź: a) $x^2-4x+3=0 \to (x-1)(x-3)=0 \to x=1, x=3$. b) W(2,−1). c) Malejąca $(-\infty,2)$, rosnąca $(2,+\infty)$.
Punktacja: a) zera (1), b) W (1), c) monotoniczność (2).

9. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: $x_0=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-8}{-4}=2$. $y_0=f(2)=-8+16-3=5$. Ponieważ $a=-2<0$, ramiona paraboli są skierowane w dół, więc zbiorem wartości funkcji jest $(-\infty,5]$.
Punktacja: Poprawne obliczenie współrzędnej x_0 wierzchołka (1pkt) + obliczenie y_0 (1pkt) + poprawne podanie zbioru wartości (1pkt). 3 pkt.

10. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: Z równania $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$ otrzymujemy $y(x+1)=2x-3$, czyli $x(y-2)=-3-y$, stąd $x=\dfrac{-3-y}{y-2}$ dla $y\neq 2$. Dla każdego $y\neq 2$ istnieje odpowiadający $x\neq -1$, więc zbiorem wartości funkcji jest $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. Wartość $y=2$ nie jest osiągana, bo prowadziłaby do sprzeczności $-3=2$.
Punktacja: Poprawne przekształcenie równania $y=f(x)$ do postaci z x wyznaczonym w zależności od y (1pkt) + wyznaczenie warunku istnienia rozwiązania (1pkt) + poprawny wniosek o zbiorze wartości (1pkt). 3 pkt.

Grupa B

1. (1 pkt) **A**

2. (1 pkt) **C**

3. (2 pkt) **1. F; 2. F** — po 1 pkt za zdanie

4. (2 pkt) **1. P; 2. F** — po 1 pkt za zdanie

5. (4 pkt) **1–D, 2–A, 3–B, 4–C** — po 1 pkt za parę

6. (3 pkt) **1–A, 2–C, 3–B** — po 1 pkt za parę

7. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: $x^2-3=2x+1 \to x^2-2x-4=0$. $\Delta=20$. $x=(2\pm 2\sqrt{5})/2=1\pm\sqrt{5}$.
Punktacja: Równanie (1), rozwiązanie (1), wynik (1).

8. (4 pkt) Przykładowa odpowiedź: $Z(x)=50x-x^2-10x-200=-x^2+40x-200$. $Z(x)>0 \to x^2-40x+200<0$. $\Delta=1600-800=800$. $x_1=(40-20\sqrt{2})/2=20-10\sqrt{2}\approx 5{,}86$. $x_2=20+10\sqrt{2}\approx 34{,}14$. Zysk dodatni dla $6\leq x\leq 34$.
Punktacja: Z(x) (1), nierówność (1), rozwiązanie (1), odpowiedź (1).

9. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: $p = \frac{-8}{2 \cdot (-2)} = 2$. $f(2) = -2 \cdot 4 + 8 \cdot 2 - 3 = -8 + 16 - 3 = 5$. Ponieważ $a = -2 < 0$, ramiona paraboli są skierowane w dół, więc $ZW = (-\infty, 5]$.
Punktacja: Wyznaczenie współrzędnej x wierzchołka $p = 2$ (1 pkt) + obliczenie $f(2) = 5$ (1 pkt) + poprawne zapisanie zbioru wartości $(-\infty, 5]$ z uwzględnieniem $a < 0$ (1 pkt). 3 pkt.

10. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: p = −12/(−4) = 3. q = f(3) = −18+36−10 = 8. f(x) = −2(x−3)² + 8. W(3, 8).
Punktacja: p (1), q (1), postać kanoniczna (1).

Skala ocen (orientacyjna, 26 pkt w każdej grupie)

bardzo dobry (5)	24–26 pkt
dobry (4)	20–23 pkt
dostateczny (3)	13–19 pkt
dopuszczający (2)	8–12 pkt
niedostateczny (1)	0–7 pkt

Progi: 90%, 75%, 50%, 30%. Progi w Twojej szkole mogą być inne. W zadaniach otwartych uznaj każdą odpowiedź poprawną merytorycznie, także sformułowaną inaczej niż przykład.

Ten sprawdzian online, z wyjaśnieniem każdej odpowiedzi: **matury-online.pl/sprawdzian/matematyka/funkcje**. Nauczyciele i korepetytorzy ułożą własną kartę z banku ponad 20 tys. zadań: **matury-online.pl/dla-korepetytorow**.