SPRAWDZIAN · MATEMATYKA

Sprawdzian z kombinatoryki **Grupa A**

Matematyka: reguła mnożenia, permutacje, wariacje i kombinacje

Imię i nazwisko: _____

Klasa: _____

Data: _____

Punkty: _____ / 25

10 zadań, 25 pkt. Czytaj uważnie polecenia. W zadaniach otwartych zapisz obliczenia.

Zadanie 1. (0–1 pkt)

Ile trzycyfrowych liczb parzystych z cyfr {1,2,3,4} z powtórzeniami?

(A) 16
(B) 24
(C) 12
(D) 32

Zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 2. (0–1 pkt)

W których sytuacjach należy zastosować kombinacje $\binom{n}{k}$ (wybór bez znaczenia kolejności)?

[A] Wybór kapitana i jego zastępcy spośród 10 zawodników.
[B] Uszeregowanie 5 biegaczy na podium (miejsca 1, 2, 3).
[C] Ułożenie 4 różnych książek na półce.
[D] Wybór 3 uczniów z klasy 20-osobowej do komisji wyborczej.
[E] Ułożenie 3-cyfrowego kodu z różnych cyfr.

Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

Zadanie 3. (0–4 pkt)

Oceń prawdziwość stwierdzeń:

1. Liczba permutacji zbioru 6-elementowego wynosi 720.	**P**	**F**
2. $\binom{n}{0} = 0$ dla każdego n.	**P**	**F**
3. Wariacje k-elementowe z powtórzeniami dają więcej wyników niż wariacje k-elementowe bez powtórzeń z tego samego zbioru n-elementowego, gdy $n > 1$ oraz $2 \le k \le n$.	**P**	**F**
4. $\binom{6}{2} = \binom{6}{4}$.	**P**	**F**

Przy każdym zdaniu zakreśl P (prawda) albo F (fałsz).

Zadanie 4. (0–4 pkt)

Dopasuj wzór kombinatoryczny do jego wartości liczbowej.

1. P_4 (permutacje 4 elementów)	...	A. 1
2. $\binom{5}{2}$	...	B. 20
3. V_2^5 (wariacje bez powtórzeń, 2 z 5)	...	C. 10
4. $\binom{4}{4}$	...	D. 24

Przy każdym numerze wpisz literę pasującego elementu.

Zadanie 5. (0–3 pkt)

Dopasuj wzór do nazwy obiektu kombinatorycznego.

1. $n!$	...	A. Kombinacje $\binom{n}{k}$
2. $\frac{n!}{k!(n-k)!}$	...	B. Wariacje bez powtórzeń V_n^k
3. $\frac{n!}{(n-k)!}$	...	C. Permutacje P_n

Przy każdym numerze wpisz literę pasującego elementu.

Zadanie 6. (0–1 pkt)

C(6,2) = (1) _____.

Zadanie 7. (0–2 pkt)

Ile różnych numerów rejestracyjnych można utworzyć w formacie: 2 litery (A-Z) + 4 cyfry (0-9)?

Zadanie 8. (0–3 pkt)

Na ile sposobów można wybrać kapitana i jego zastępcę z drużyny 11 piłkarzy?

Zadanie 9. (0–3 pkt)

Ile anagramów ma słowo MAMA?

Zadanie 10. (0–3 pkt)

Na ile sposobów można ustawić na półce 5 różnych książek, jeśli dwie konkretne książki mają stać obok siebie?

Rozwiąż ten sprawdzian online, z wyjaśnieniem każdej odpowiedzi: matury-online.pl/sprawdzian/matematyka/kombinatoryka

SPRAWDZIAN · MATEMATYKA

Sprawdzian z kombinatoryki **Grupa B**

Matematyka: reguła mnożenia, permutacje, wariacje i kombinacje

Imię i nazwisko: _____

Klasa: _____

Data: _____

Punkty: _____ / 25

10 zadań, 25 pkt. Czytaj uważnie polecenia. W zadaniach otwartych zapisz obliczenia.

Zadanie 1. (0–1 pkt)

Ile jest kodów PIN: 2 litery (A-Z) + 3 cyfry (0-9)?

(A) 26 000
(B) 676 000
(C) 67 600
(D) 260 000

Zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 2. (0–1 pkt)

Ile jest anagramów słowa ABBA?

(A) 24
(B) 4
(C) 6
(D) 12

Zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 3. (0–4 pkt)

Oceń prawdziwość stwierdzeń dotyczących symbolu $\binom{7}{3}$:

1. $\binom{7}{3} = 35$	**P**	**F**
2. $\binom{7}{3} = \binom{7}{5}$	**P**	**F**
3. $\binom{7}{3}$ oznacza liczbę permutacji 3 elementów wybranych z 7	**P**	**F**
4. $\binom{7}{3} = \dfrac{7!}{3! \cdot 4!}$	**P**	**F**

Przy każdym zdaniu zakreśl P (prawda) albo F (fałsz).

Zadanie 4. (0–4 pkt)

Dopasuj opis kombinatoryczny do liczby, którą on wyraża.

1. Liczba permutacji zbioru 4-elementowego	...	A. 6
2. Liczba wariacji bez powtórzeń: wybór 2 elementów z 4-elementowego zbioru (kolejność ma znaczenie)	...	B. 12
3. Liczba kombinacji: wybór 2 elementów z 4-elementowego zbioru	...	C. 24
4. Liczba ciągów długości 2 nad 4-elementowym alfabetem (z powtórzeniami)	...	D. 16

Przy każdym numerze wpisz literę pasującego elementu.

Zadanie 5. (0–3 pkt)

Dopasuj sytuację do liczby sposobów jej realizacji.

1. Wybór 2 osób z grupy 4 (kolejność nieistotna)	...	A. $4! = 24$
2. Ustawienie w rzędzie 4 różnych osób	...	B. $\binom{4}{2} = 6$
3. Wybór przewodniczącego i zastępcy z grupy 4 osób	...	C. $4 \cdot 3 = 12$

Przy każdym numerze wpisz literę pasującego elementu.

Zadanie 6. (0–1 pkt)

Uzupełnij: liczba wszystkich permutacji zbioru 4-elementowego wynosi (1) _____ .

Zadanie 7. (0–2 pkt)

Ile jest liczb czterocyfrowych, w których zapisie występują wyłącznie cyfry parzyste i żadna cyfra się nie powtarza? Zapisz obliczenia.

Zadanie 8. (0–3 pkt)

Szafka ma zamek na 3 cyfry (0-9, z powtórzeniami). Na ile sposobów ustawisz kod NIE zawierający cyfry 7?

Zadanie 9. (0–3 pkt)

Na ile sposobów można rozdać 5 różnych nagród wśród 5 uczestników konkursu, jeśli każdy uczestnik może otrzymać co najwyżej jedną nagrodę?

Zadanie 10. (0–3 pkt)

Ile jest liczb czterocyfrowych o różnych cyfrach, utworzonych z cyfr 1-9 (bez zera), które są parzyste?

Rozwiąż ten sprawdzian online, z wyjaśnieniem każdej odpowiedzi: matury-online.pl/sprawdzian/matematyka/kombinatoryka

Sprawdzian z kombinatoryki

Grupa A

1. (1 pkt) **D**

2. (1 pkt) **D**

3. (4 pkt) **1. P; 2. F; 3. P; 4. P** — po 1 pkt za zdanie

4. (4 pkt) **1–D, 2–C, 3–B, 4–A** — po 1 pkt za parę

5. (3 pkt) **1–C, 2–A, 3–B** — po 1 pkt za parę

6. (1 pkt) **(1) 15**

7. (2 pkt) Przykładowa odpowiedź: $26^2 \cdot 10^4 = 676 \cdot 10000 = 6\,760\,000$.
Punktacja: Litery (1), cyfry (1).

8. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: Kolejność ważna: V(11,2) = 11·10 = 110.
Punktacja: Wariacja (1), wzór (1), wynik (1).

9. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: 4!/(2!·2!) = 24/4 = 6.
Punktacja: Liczba liter (1), powtórzenia (1), wynik (1).

10. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: Traktujemy dwie książki jako jeden blok: mamy wtedy 4 elementy do ustawienia w $4! = 24$ sposobów, a książki w bloku można ustawić na $2! = 2$ sposoby. Łącznie $24 \cdot 2 = 48$.
Punktacja: Zastosowanie zasady „sklejania" elementów (1pkt) + poprawne obliczenie permutacji bloków (1pkt) + uwzględnienie kolejności wewnątrz pary (1pkt). 3 pkt.

Grupa B

1. (1 pkt) **B**

2. (1 pkt) **C**

3. (4 pkt) **1. P; 2. F; 3. F; 4. P** — po 1 pkt za zdanie

4. (4 pkt) **1–C, 2–B, 3–A, 4–D** — po 1 pkt za parę

5. (3 pkt) **1–B, 2–A, 3–C** — po 1 pkt za parę

6. (1 pkt) **(1) 24**

7. (2 pkt) Przykładowa odpowiedź: Cyfra tysięcy: 4 możliwości (bez zera). Cyfra setek: 4 (z pozostałych parzystych, już z zerem), dziesiątek: 3, jedności: 2. Razem $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 96$.
Punktacja: Wybór cyfry tysięcy spośród 2, 4, 6, 8 (1 pkt); wybór pozostałych cyfr 4·3·2 i wynik 96 (1 pkt). 2 pkt.

8. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: 9 cyfr (0-6, 8-9). $9^3 = 729$.
Punktacja: Dostępne cyfry (1), potęga (1), wynik (1).

9. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: Każda z 5 nagród trafia do innego uczestnika, więc liczba sposobów to liczba permutacji zbioru 5-elementowego: $5! = 120$.
Punktacja: Rozpoznanie modelu permutacji (1pkt) + poprawne obliczenie $5!$ (1pkt) + podanie wyniku 120 (1pkt). 3 pkt.

10. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: Cyfra jedności musi być parzysta: 4 możliwości (2,4,6,8). Pozostałe trzy miejsca wypełniamy różnymi cyframi z pozostałych 8 cyfr, z uwzględnieniem kolejności: $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$. Łącznie: $4 \cdot 336 = 1344$.
Punktacja: Poprawny wybór liczby możliwości dla cyfry jedności (1pkt) + poprawne obliczenie liczby ustawień pozostałych trzech cyfr bez powtórzeń (1pkt) + poprawny wynik końcowy 1344 (1pkt). 3 pkt.

Skala ocen (orientacyjna, 25 pkt w każdej grupie)

bardzo dobry (5)	23–25 pkt
dobry (4)	19–22 pkt
dostateczny (3)	13–18 pkt
dopuszczający (2)	8–12 pkt
niedostateczny (1)	0–7 pkt

Progi: 90%, 75%, 50%, 30%. Progi w Twojej szkole mogą być inne. W zadaniach otwartych uznaj każdą odpowiedź poprawną merytorycznie, także sformułowaną inaczej niż przykład.

Ten sprawdzian online, z wyjaśnieniem każdej odpowiedzi: **matury-online.pl/sprawdzian/matematyka/kombinatoryka**. Nauczyciele i korepetytorzy ułożą własną kartę z banku ponad 20 tys. zadań: **matury-online.pl/dla-korepetytorow**.