KLUCZ ODPOWIEDZI · DLA NAUCZYCIELA

Sprawdzian z rachunku różniczkowego

Grupa A

1. (1 pkt) **B**

2. (1 pkt) **D**

3. (1 pkt) **B**

4. (1 pkt) **C**

5. (1 pkt) **D**

6. (1 pkt) **D**

7. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: $\frac{2}{x} = 2x^{-1}$, więc jej pochodna to $-2x^{-2} = -\frac{2}{x^2}$. Pochodna $3x^2$ to $6x$. Zatem $f'(x) = -\frac{2}{x^2} + 6x$.
Punktacja: Zapisanie $\frac{2}{x}$ jako $2x^{-1}$ i obliczenie jej pochodnej $-\frac{2}{x^2}$ (1 pkt) + obliczenie pochodnej $3x^2$ jako $6x$ (1 pkt) + poprawne zsumowanie wyniku (1 pkt). 3 pkt.

8. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: $f'(x) = 9x^2 - 4x + 5$.
Punktacja: Pochodna $3x^3$: $9x^2$ (1 pkt). Pochodna $-2x^2$: $-4x$ (1 pkt). Pozostałe: $+5$ (1 pkt).

9. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3)$, zera dla $x = 1$ i $x = 3$. Pochodna zmienia znak z dodatniego na ujemny w $x = 1$ (maksimum) i z ujemnego na dodatni w $x = 3$ (minimum). $f(1) = 1 - 6 + 9 = 4$, $f(3) = 27 - 54 + 27 = 0$. Maksimum lokalne: $f(1) = 4$. Minimum lokalne: $f(3) = 0$.
Punktacja: Obliczenie pochodnej $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ i wyznaczenie miejsc zerowych $x = 1$, $x = 3$ (1 pkt) + rozpoznanie rodzaju ekstremum na podstawie znaku pochodnej (1 pkt) + poprawne obliczenie wartości $f(1) = 4$ (maksimum) i $f(3) = 0$ (minimum) (1 pkt). 3 pkt.

10. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$, zera: $x = 0$, $x = 2$. $f''(x) = 6x - 6$: $f''(0) = -6 < 0$ (maksimum), $f''(2) = 6 > 0$ (minimum). Maksimum lokalne: $f(0) = 0$. Minimum lokalne: $f(2) = 8 - 12 = -4$.
Punktacja: Poprawne obliczenie pochodnej i jej miejsc zerowych (1pkt) + poprawne określenie rodzaju ekstremum (1pkt) + poprawne wartości ekstremów: maksimum f(0)=0, minimum f(2)=-4 (1pkt). 3 pkt.

Grupa B

1. (1 pkt) **A**

2. (1 pkt) **C**

3. (1 pkt) **B**

4. (1 pkt) **C**

5. (1 pkt) **B**

6. (1 pkt) **A**

7. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: $f'(x) = 3(x-1)(x-3)$. Funkcja rośnie w $(-\infty, 1\rangle$ i $\langle 3, +\infty)$, a maleje w $\langle 1, 3\rangle$.
Punktacja: Obliczenie pochodnej $3x^2 - 12x + 9$ (1 pkt); wyznaczenie miejsc zerowych pochodnej 1 i 3 (1 pkt); poprawne przedziały monotoniczności (1 pkt). 3 pkt.

8. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: Obwód: $2x + 2y = 20 \Rightarrow y = 10 - x$. Pole: $A(x) = x(10-x) = 10x - x^2$. $A'(x) = 10 - 2x = 0 \Rightarrow x = 5$. Ogródek $5\ \mathrm{m} \times 5\ \mathrm{m}$, pole $25\ \mathrm{m}^2$.
Punktacja: Za wyrażenie pola jako funkcji jednej zmiennej: $A(x) = x(10-x)$ (1 pkt). Za wyznaczenie pochodnej i przyrównanie do zera: $A'(x) = 10 - 2x = 0$ (1 pkt). Za odpowiedź: kwadrat $5\ \mathrm{m} \times 5\ \mathrm{m}$, pole $25\ \mathrm{m}^2$ (1 pkt).

9. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x-1)(x+1)$. Miejsca zerowe: $x = -1$ i $x = 1$. Dla $x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$ funkcja rośnie, dla $x \in (-1, 1)$ maleje.
Punktacja: Poprawne obliczenie pochodnej (1pkt) + poprawne wyznaczenie miejsc zerowych pochodnej (1pkt) + poprawne określenie przedziałów monotoniczności (1pkt). 3 pkt.

10. (3 pkt) Przykładowa odpowiedź: $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x-3)(x+1)$. Miejsca zerowe pochodnej: $x = -1$, $x = 3$. Pochodna jest dodatnia dla $x \in (-\infty, -1)$ oraz dla $x \in (3, +\infty)$, a ujemna dla $x \in (-1, 3)$. Zatem funkcja jest rosnąca w każdym z przedziałów $(-\infty, -1]$ i $[3, +\infty)$ oraz malejąca w przedziale $[-1, 3]$.
Punktacja: Poprawne obliczenie pochodnej (1pkt) + wyznaczenie miejsc zerowych pochodnej (1pkt) + poprawne określenie przedziałów monotoniczności (1pkt). 3 pkt.

Skala ocen (orientacyjna, 18 pkt w każdej grupie)

bardzo dobry (5)	17–18 pkt
dobry (4)	14–16 pkt
dostateczny (3)	9–13 pkt
dopuszczający (2)	6–8 pkt
niedostateczny (1)	0–5 pkt

Progi: 90%, 75%, 50%, 30%. Progi w Twojej szkole mogą być inne. W zadaniach otwartych uznaj każdą odpowiedź poprawną merytorycznie, także sformułowaną inaczej niż przykład.

Ten sprawdzian online, z wyjaśnieniem każdej odpowiedzi: **matury-online.pl/sprawdzian/matematyka/rachunek-rozniczkowy**. Nauczyciele i korepetytorzy ułożą własną kartę z banku ponad 20 tys. zadań: **matury-online.pl/dla-korepetytorow**.